

הקצאה אופטימלית של קרקע באזור עירוני מתפתח*

מדיניות הקצאת קרקעות לפעילויות השונות באזור עירוני מתפתח מהווה אתגר תכנוני בעל חשיבות עליונה. המערך המרחבי של הפעילויות בעיר הוא תולדה של תחרות מקומית בין הפונקציות השונות, בעוד מגבלות תקציביות ומוסדיות מגבילות את מרחב אפשרויות המיקום של כל אחת מהפונקציות. לאורך זמן חלים שינויים מהותיים בעיר: כגון גידול אוכלוסית העיר ועליית רמת החיים; חלים שינויים גם במערכת הטעמים של האוכלוסיה ואורח החיים שלה נוסף לשינויים טכנולוגיים. אך כל אלה אינם מתבטאים בנקל במערך הפיזי-מרחבי הקשיח של העיר. תפקידן של רשויות התכנון הצבוריות הוא להבטיח את תפקודה היעיל של העיר בעתיד, ומחובתן איפוא לעמוד על משמעות השינויים הצפויים באופן שאפשר יהיה להבטיח תנאים לגידולה העתיד של המערכת העירונית**.

מאמר זה הוא שלב ראשון בבחינת המדיניות של הקצאת קרקעות לתחבורה באזור עירוני מתפתח. כדי להגיע לידי ביטוי אנליטי של הגידול בשטח העיר לאורך זמן, דן מאמר זה בעיר היפוטטית חד-מרכזית. הפתרונות הכמותיים המובאים במאמר באים להמחיש את השפעת הגידול של אוכלוסית העיר ומדיניות איכלוסיה על התפרסותה המרחבית. במאמר נוסף ננסה להדגיש כיצד נתוגי רקע אלה, שנבעו מהמערכת האנליטית המופשטת, יוכלו להשתלב ולהכתיב את מדיניות הקצאת קרקע, לאורך זמן, למערכת התחבורתית בעיר המתפתחת.

המפה של שימושי קרקע

יחידה האורבנית מורכבת מיחידות רבות של משקי בית, פרטים, חברות, בעלי עסקים וגופים ציבוריים אשר מקבלים החלטות בכל הקשור במיקומם ופעילותם במרחב האורבני. כל יחידה ויחידה מגסה לקבל את החלטותיה באופן שפונקצית המטרה שלה (בין אם היא מוגדרת בצורה חד-משמעית או לא), תהיה מקסימלית כאשר ההחלטות כפופות לאילוצים מוסדיים ותקציביים. התוצאה של ההחלטות הרבות משתקפת, בצורה סטטית, במפת שימושי קרקע. מפה זו מתארת את התפרסות הפעילויות השונות במרחב האורבני ובנוסף לכך את אינטנסיביות השימוש, כגון למשל אזורי מגורים בעלי צפיפויות שונות וכו'.

* מאמר זה מהווה חלק מעבודת מחקר מס. 020-111, "מודל מתמטי להכוונה ובקרה של צמיחה עירונית" הממומנת ע"י קרן פורד, מוסד הטכניון למחקר ופיתוח. הטכניון מכון טכנולוגי לישראל.

** שלא כגוף ביולוגי בו מערכות התובלה — העורקים והורידים, לדוגמה — גדלים עם האורגניזם, בעיר בדרך כלל נשארת מערכת הדרכים קבועה בקיבולתה כפי שתוכננה מראש על אף גידולה של העיר והתוצאה היא צפיפות ועומס בדרכים העירוניות המרכזיות.

מבחינה מושגית שימושי קרקע הינם שטחים ונפחים במרחב האורבני הממלאים פונקציות אשר באות לשרת צרכיו של האדם. לכאורה, ההחלטות הרבות והשונות המתקבלות על ידי היחידות המרכיבות את היחידה האורבנית היו צריכות להביא לידי התפרסות אופטימלית של פעילויות במרחב ללא כל צורך בהתערבות ציבורית. למעשה החלטות היחידות השונות המרכיבות את הגוף האורבני תלויות אחת ברעותה ומכאן שתלות זו משפיעה על ההחלטות המתקבלות.

מחד ישנה תלות שהיא חיובית, דהיינו זיקה בין פעילויות משלימות. הריכוז של יחידות יצרניות במקום מסויים המבטיח יעילות ביצור יכול לשמש כדוגמה להשפעות חצוניות חיוביות מסוג זה. מאידך ישנה תלות שהיא שלילית כגון הדחיה שבין פעילויות מטרידות (רעש, עשן וזיהום אתרים) ובין מקומות המגורים. תלות זו היא דוגמה להשפעות חיצוניות שליליות. בנוסף לכך, החלטות היחידות השונות והמפוצלות מתייחסות בדרך כלל רק להווה ולשנים הקרובות, אך לא לתקופה ארוכה יותר בעתיד. מכאן שיש צורך בגוף תכנוני אשר יביא לידי יוסות ההשפעות החיצוניות ויבטיח את קיום היחידה האורבנית לטווח ארוך כאשר טובת הדורות הבאים מהווה גורם נכבד שיש להתחשב בו (רזרבות קרקע, שינויים טכנולוגיים, שינויים בטעמים וכו').

כיצד נקבעים איפוא, לנוכח האמור לעיל, שימושי הקרקע ?

ההחלטות על מיקום הפעילויות המרכיבות את היחידה האורבנית אינן מקריות. בעל העסק ינסה להתמקם במקום שבו תפעול המפעל או העסק יבטיח מקסימיזציה של הרווחים הצפויים ; ואילו משק הבית ינסה להתמקם במקום בו פעילות משק הבית תביא למקסימום את התועלת, שהוא צופה להפיק בכפיפות לאילוצים תקציביים ומוסדיים. בתחשיבי ההתמקמות של הפעילויות השונות נכללות השפעות חיצוניות חיוביות ושליליות. לדוגמה: בעל המפעל ישאף להתמקם קרוב למקורות חומרי הגלם ו/או לשווקים, ליד עורקי תחבורה, שירותי תשתית ושירותים אחרים להם הוא זקוק כדי ליעל ולהוזיל את תפעול העסק (2). משק הבית, לעומת זאת, ישאף להתמקם בשכונה בעלת יוקרה עם סביבה נאה, מטופחת ושקטה, קרובה לשירותים פרטיים וציבוריים בעלי רמה ואיכות גבוהים ובמקום הנמצא במרחק סביר למקום התעסוקה שיש להגיע אליו מדי יום ביומו (1). מאידך ינסה משק הבית להתמקם במקום המרוחק ממפגעים סביבתיים כגון רעש, זיהום אויר וממקומות המהווים סכנה בריאותית ובטחונתית.

מובן שתנאי הכרחי להתמקמות רציונלית הוא המצאותו של מקום פנוי ; דבר הקשור בידע מלא ומקיף על ממצאי המקומות הפנויים ומחיריהם.

תכונות יסוד של הקרקע

הקרקע הינו מוצר מיוחד ; מבחינה גיאוגרפית קרקע הוא מוצר הטרוגני מאחר שכל יחידה שונה מרעותה, הן במקומה במרחב והן בתכונותיה המיקרו־אקלימיים, טופוגרפיים וכו'. אי לכך אין יחידת קרקע אחת וזה לרעותה.

בתנאי שוק משוכלל ותחרות חופשית (perfectly competitive markets) הקצאה אופטימלית צריכה להביא לידי תמורה מקסימלית מגורם הייצור ; כלומר, מקסימיזציה של הרגטה המתקבלת מהשימוש בקרקע וזה ליעילות מירבית של השימוש במשאב הקרקע שכמותו מוגבלת. התחרות בין כמות וסוגי הפעילויות השונות על היצע הקרקעות תקבע את מערכת

המחירים ואת מיקומן של הפעילויות. ערך הקרקע למשתמש משקף את התועלת, או הרווח, הצפויים לו כתוצאה מתכונות המקום, כגון: נגישות ותכונות משלימות אחרות (1, 2). הקצאה מרחבית של פעילויות, שתעשה בתנאי שוק שצויינו למעלה תביא לידי יציבות באופן שלאף אחד מהמשתמשים לא תהיה סיבה להעתיק את מקומו מאחר שכל תזווה שהיא תביא להפחתה בתועלת שהוא מפיק ממיקומו העכשוי. התערבות ציבורית בהקצאת קרקעות ביחידה האורבנית נחוצה לפחות משתי סיבות עקריות (1) קיום השפעות חיצוניות המצריכות ויסות ובקרה, (2) הבטחת יעילות המערכת האורבנית לאורך זמן לטובת הדורות הבאים. החלטות הקשורות בקביעת מדיניות הקצאת קרקע לאורך זמן, הינן החלטות תכנוניות בעלות חשיבות חברתית רבה ביותר. דוגמה להחלטות מסוג זה היא ההחלטה לגבי הקצאת שטחים פתוחים במקומות ובכמות שיספקו את דרישות אוכלוסיית העיר ההולכת וגדלה ואשר בד בבד עולה רמת החיים שלה וזמנה הפנוי אף הוא הולך וגדל. דוגמה נוספת היא בדבר הקצאת זכויות דרכים לעורקי תחבורה בעיר מתפתחת, כך שקיבולת הדרכים תענה לנפחי התנועה הצפויים.

גמישות הביקוש לקרקע

הקרקע מסווגת כמשאב טבע אשר כמותו מוגבלת וההיצע שלו הינו בלתי גמיש לחלוטין*. לאור תכונות אלה חובה עלינו לדון בכפיפה אחת בהווה ובהשלכות לגבי העתיד. אין ספק שהחלטות בהווה עלולות לסגור או לפתוח אופציות לגבי העתיד. ולדוגמה, אם נחליט היום לשמור זכויות לדרך ברוחב של 25 מטר בעוד שבעתיד נזדקק לרוחב של 50 מטר, הרי בכך נסגור לעצמנו את האופציה להרחבת הדרך בעתיד. יתכן אמנם שנוכל להפקיע בעתיד את יתרת השטח, לרכוש ולהרוס מבנים ורכוש. אולם השאלה היא מהי המדיניות הנכונה כיום ולאיזה טווח מבחינה חברתית רצוי וצריך לשמור את זכויות הדרך.

הביקוש לשירותי תחבורה (פרטית וציבורית) מושפע הן משיעור גידול האוכלוסייה והן מהגידול ברמת ההכנסה לנפש. הגידול באוכלוסייה יזיז את פונקציית הביקוש על הציר ההוריונטלי מ' ל-'D' (ראה ציור 1), כל עוד הפרופיל הכלכלי-חברתי של תוספת האוכלוסייה תואם את הפרופיל של האוכלוסייה הקיימת; כלומר גמישות הביקוש תגדל**. מצד שני הכנסה גבוהה יותר תביא לתזווה של פונקציית הביקוש על הציר הורטיקלי מ-'D' ל-'D', כלומר, גמישות הביקוש תקטן. במידה ושני גורמים אלה ינטרלו אחד את רעהו, אזי תזווה פונקציית הביקוש בצורה מקבילה לפונקציית הביקוש כיום. קשה לחזות את השפעת הזמן הפנוי, מערכת הטעמים ורמת המינוע וכן השלכותיהם הסופיות לגבי גמישות הביקוש. אך אין ספק שאלה הם משתנים שיש לנתחם ולהתחשב בהם.

אינטנסיביות השימוש בקרקע

עם הגידול והשינוי במשתנים כגון אוכלוסייה, רמת הכנסה וכו' מתרבות ההחלטות הקובעות את מיקומן של פעילויות כלכליות, ופוחת השטח אשר יש להחליט על הקצאתו. עובדה

* ההולנדים דאי יחלקו על פסקה זו, אולם אין ספק שבאופן מוחלט ולאורך זמן כמות הקרקע אינה משתנה באופן משמעותי.

** גמישות הביקוש היא היחס שבין אחוז השינוי של הכמות המבוקשת לבין אחוז השינוי במחיר.

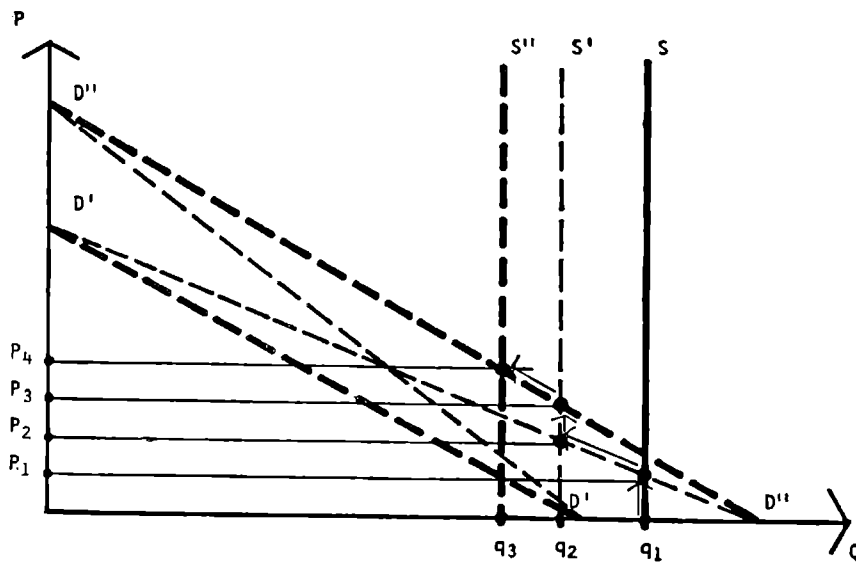


FIGURE 1

זו באה לידי ביטוי בציור 1 כאשר פונקציית ההיצע זזה במשך הזמן בצורה ורטיקלית* שמאלה. בציור 2 מובאת עקומת התמורה שבין משאב הטבע אשר כמותו מוגבלת ואינה גמישה לחלוטין, לבין שאר הפעילויות העירוניות המייצרות שירותים ומוצרים וצורכות קרקע. שינויים טכנולוגיים משפרים ומיעלים את תהליכי הייצור של רוב הפעילויות באופן שדרישות הקרקע עולות בשיעור הולך ופוחת. וכך, למשל, ככל שמבחינה טכנולוגית אפשר יהיה לבנות לגובה רב יותר, כן תגדל אינטנסיביות השימוש בקרקע ודרישות הקרקע לממ"ר בניה ילכו וירדו. לא כן הדבר לגבי עורק תחבורה: ככל שהמכוניות נעשות גדולות יותר והמנועים חזקים יותר, עולה רמת המינוע ויורדת תפוסת המכוניות. כן תלך ותגדל בשיעור הולך ועולה כמות הקרקע שגדרש להקצות לדרכים. מאידך, דרך דו־מפלסית והסעה המונית ברכבת תת־קרקעית, או במסלולים מיוחדים יעלו את היחס בין הרבלת נוסע — יחידת מרחק (ביחידת זמן) לבין שטח הקרקע הנדרש. כלומר, אינטנסיביות השימוש תגדל. פונקציית הרווחה התברתית לאורך זמן אף היא עלולה לנוע כלפי מעלה כתוצאה משינוי במערכת הטעמים והעדיפויות של האוכלוסיה. שינויים צפויים אלה מצביעים על גישה חברתית המעדיפה הקצאות קרקע לתחבורה בהשוואה לפעילויות אחרות.

תופעה זו תתבטא בהקצאת קרקע בין הפעילות התחבורתית לבין שאר הפעילויות

* פונקציית ההיצע היא ורטיקלית היות וההנחה היא שכמות הקרקע מוגבלת וההיצע אינו גמיש לחלוטין. מובן שקיימת האפשרות להרוס ולפנות מבנים ועלידי כך להגדיל את היצע הקרקע הפנויה; אולם במציאות תהליכים אלה הם איטיים ביותר ואינם משפיעים, בטווח קצר, על סה"כ היצע הקרקעות.

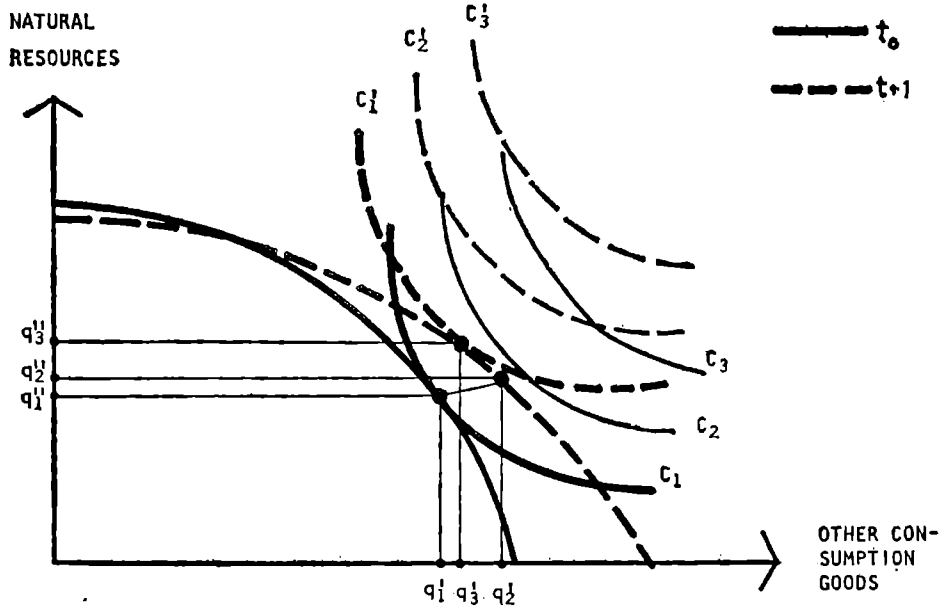


FIGURE 2

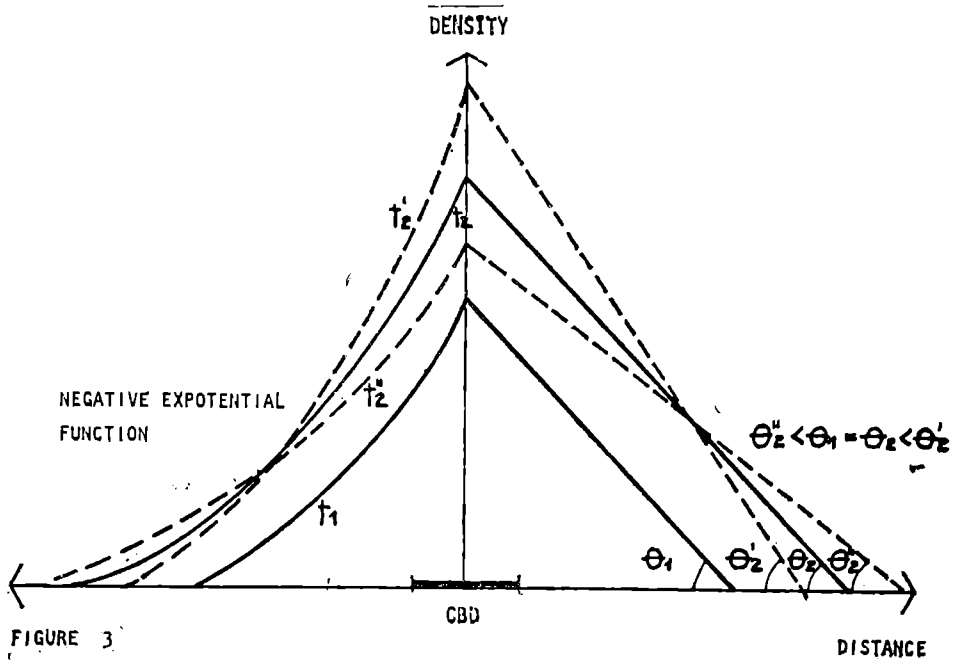


FIGURE 3

העירוניות הצורכות קרקע. בציור 2 הקצאת קרקע לתחבורה למשל תגדל לאורך זמן מ- q_1 ל- q_3 בעוד שהקצאת קרקע לפעילויות האחרות תקטן מ- q_1 ל- q_3 . כדי להמחיש את הבעיה של הקצאת קרקע לפעילות תחבורתית בהווה לאור הדרישות בעתיד, נקח לדוגמה עיר היפוטטית מעגלית וחד-מרכזית אשר כל הפעילויות היצרניות והצרכניות, להוציא דיור, נעשות בה במרכז העסקים הראשי, המע"ר*.

ההתפשטות המרחבית של עיר

לאורך זמן הולכת וגדלה אוכלוסיית העיר ועמה גם השטח שתופסת העיר, שיעור גידול האוכלוסיה תלוי בשיעור הריבוי הטבעי נטו ושיעור ההגירה נטו; כלומר גודל האוכלוסיה בשנה t יהיה תלוי בשיעור הגידול n^{**} :

$$P(t) = P(0) \cdot e^{nt} \quad (1)$$

גודלה הפיזי של העיר, כלומר השטח שהיא תופסת, יהיה תלוי הן במספר התושבים והן במדיניות של אינטנסיביות האיכלוס (דהיינו, הצפיפות הנמדדת ע"י מספר התושבים ליחידת שטח). מאז מחקרו האמפירי הידוע של קולין קלארק (3) נמצא שהצפיפות העירונית יכולה להיות מתוארת בצורה די טובה על-ידי פונקציה אקספוננציאלית שלילית (6, 11):

$$D(u) = D(0) \cdot e^{-\lambda u} \quad (2)$$

כאשר $D(u)$ היא הצפיפות (מספר נפשות לקמ"ר) במרחק u ק"מ מהמרכז; $D(0)$ הצפיפות במרכז; e בסיס הלוגריטמים הטבעי ו- λ גמא הוא מקדם, שיש להעריכו והמשקף את שיעור הנפילה בצפיפות ככל שנעים מהמרכז כלפי השוליים. המקדם של הירידה בצפיפות יכול לבטא גם מדינות איכלוס, וכן גם את היקף התפרסות העיר מבחינת שטח. ככל שערך מקדם זה הוא גבוה יותר, כן תעשה העיר צפופה וקומפקטית יותר. ולהיפך, ככל שערך המקדם נמוך יותר, כן תלך העיר ותשתרע על שטח נרחב יותר.

צפיפות האוכלוסיה במרכז העסקים הראשי

מדיניות האיכלוס מבחינת הצפיפויות קשורה ישירות במדיניות התחבורה; ככל שהתחבורה תהיה נוחה יותר, קלה וזולה, כן תלך ותשתרע העיר על שטח יותר גדול. תרשים 3 בא לשקף את אפשרויות האיכלוס השונות בתקופה שבין t_1 ו- t_2 כאשר תוספת האוכלוסיה נתונה בתרשים זה הזוית Q מבטאת את שיעור הירידה בצפיפות. ככל שהמרחק ממרכז העסקים הראשי גדל. כאשר $Q_2 = Q_1$, הצפיפות במרכז עולה אמנם במרוצת השנים, אך הנפילה בצפיפות מהמרכז כלפי השוליים נשארת זהה בשני התאריכים. כלומר, מקדם הנפילה בצפיפות נשאר קבוע ושטח העיר גדל בשיעור ניכר. כאשר $Q_2 > Q_1$, הצפיפות במרכז עולה בקצב מהיר

* בהמשך הדיון נתייחס לעיר היפוטטית חד-מרכזית אשר במרכזה נעשות כל הפעולות היצרניות והצרכניות של כל המצרכים להוציא דיור, דוגמה מופשטת זו מאפשרת ביטוי אנליטי של הבעיה ומקובלת בביתוחים דומים שהוצגו ע"י אלנסו, מילס, ואחרים. (ראה הערות: 1, 3, 4, 7, 10).

** שיעור הגידול הוא נתון אקסוגני המתקבל מתחזיות גידול האוכלוסיה, אפשרויות תעסוקה וצמיחה כלכלית ומהמוביליות ומדיניות הכוונת האוכלוסיה.

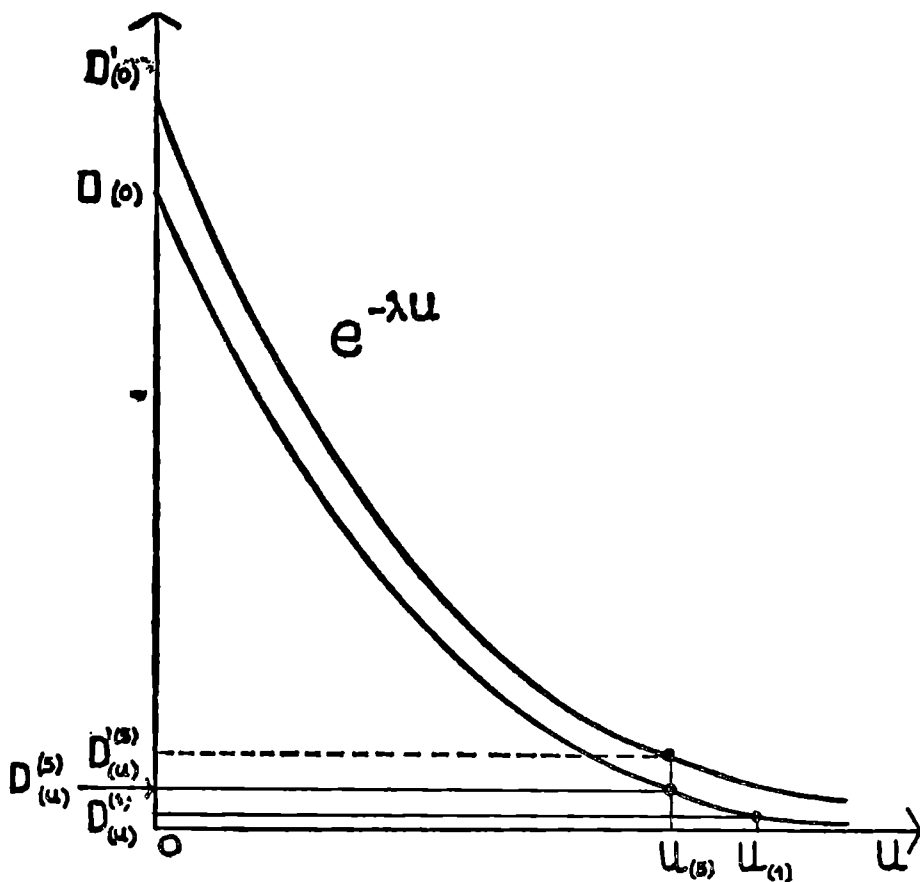


FIGURE 5

יותר מאשר במקרה הקודם באופן שהנפילה בצפיפות מהמרכז כלפי השוליים נעשית יותר תלולה. גם כאן העיר גדלה בשטח, אולם הגידול מועט מזה שבמקרה הקודם.

כאשר Q_1 גדול מ- Q_2 , הצפיפות במרכז עולה בשיעור איטי יותר מאשר בשתי הדוגמאות שלעיל. משום כך, הנפילה בצפיפות מהמרכז כלפי השוליים היא מתונה יותר והעיר תשתרע על שטח גדול יחסית. מכאן שמדיניות האיכלוס מבוססת במידה רבה על קביעת המקדם של הירידה בצפיפות האוכלוסית. דהיינו, שיעור הנפילה בצפיפות מהמרכז כלפי השוליים.

בעזרת פיתוחים מתמטיים מתאימים (ראה נספח למאמר זה), ניתן גם להגיע לנוסחה המאפשרת חישוב הצפיפות במרכז $D(0)$.

כאשר גודל אוכלוסית העיר $P(t)$ נתון לכל תקופת תכנון שנקבעה מראש; וכאשר מקדם הנפילה בצפיפות האוכלוסית, המשקף למעשה את מדיניות האיכלוס שנקבעת חיצונית למודל, אף היא נקבעת מראש, הרי ניתן לבטא את $D(0)$ כדלהלן:

$$D_{(0)} = \frac{P(\lambda) \cdot \lambda^2}{2\pi}$$

TABLE I DENSITIES AT THE CENTER OF THE CITY, RADIUS AND AREA OF A HYPOTHETICAL CITY***
(density persons/km²)

λ P(r)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1
100,000	159.24	636.94	1,433.12	2,547.77	3,980.89	5,732.48	7,802.55	10,191.08	12,898.09	15,923.57	19,267.52
150,000	238.85	955.41	2,149.68	3,821.66	5,971.34	8,598.73	11,703.82	15,286.62	19,347.13	23,885.35	28,901.27
200,000	318.47	1,273.89	2,866.24	5,095.54	7,961.78	11,464.96	15,605.10	20,382.16	25,796.18	31,847.14	38,535.04
250,000	398.09	1,592.36	3,582.80	6,369.43	9,952.23	14,331.20	19,506.38	25,477.70	32,245.23	39,808.93	48,168.80
300,000	477.71	1,910.83	4,299.36	7,643.31	11,942.68	17,197.45	23,407.64	30,573.25	38,694.27	47,770.70	57,802.55
350,000	557.32	2,229.30	5,015.92	8,917.20	13,933.12	20,063.69	27,308.92	35,668.79	45,143.31	55,732.48	67,436.31
400,000	636.94	2,547.77	5,732.48	10,191.08	15,923.57	22,929.94	31,210.19	40,764.33	51,592.36	63,694.27	77,070.06
450,000	716.56	2,866.24	6,449.04	11,464.97	17,914.01	25,796.18	35,111.46	45,859.87	58,041.40	71,656.00	86,703.82
500,000	796.18	3,184.71	7,165.61	12,738.85	19,904.46	28,682.42	39,012.74	50,955.41	64,490.45	79,617.83	96,337.58
550,000	875.80	3,503.18	7,882.17	14,012.74	21,894.90	31,528.66	42,914.01	56,050.96	70,939.49	87,579.62	105,971.34
600,000	955.41	3,821.66	8,598.73	15,286.62	23,885.35	34,394.90	46,815.28	61,146.49	77,388.53	95,541.40	115,605.01
650,000	1,035.03	4,140.13	9,315.29	16,560.51	25,875.80	37,261.15	50,716.56	66,242.04	83,837.58	103,503.18	125,238.85
700,000	1,114.65	4,458.60	10,031.85	17,834.39	27,866.24	40,127.39	54,617.84	71,337.58	90,286.63	111,464.97	134,872.61
750,000	1,194.27	4,777.07	10,748.41	19,108.28	29,856.69	42,993.63	58,519.11	76,433.12	96,735.67	119,426.75	144,506.37
800,000	1,273.89	5,095.54	11,464.97	20,382.17	31,847.14	45,859.87	62,420.38	81,528.67	103,184.72	127,388.54	154,140.13
850,000	1,353.50	5,414.01	12,181.53	21,656.05	33,837.58	48,726.12	66,321.66	86,624.20	109,633.76	135,350.32	163,773.89
900,000	1,433.12	5,732.48	12,898.09	22,929.94	35,828.03	51,592.36	70,222.93	91,719.74	116,082.80	143,312.10	173,407.64
950,000	1,512.74	6,050.96	13,614.65	24,203.82	37,818.47	54,458.60	74,124.21	96,815.29	122,531.85	151,273.89	183,041.41
1,000,000	1,592.36	6,369.43	14,331.21	25,477.71	39,808.92	57,324.84	78,025.48	101,910.83	128,980.89	159,235.67	192,675.16
$U_{(1)} = \frac{1}{\lambda} \ln 100^{\lambda}$	46.0520	23.0260	15.3507	11.5130	9.2104	7.6753	6.5789	5.7565	5.1169	4.6052	4.1865
Area = $\pi U_{(1)}^2$	6,659.28	1,664.83	739.91	416.21	266.36	184.98	135.90	104.06	82.21	66.60	55.04
$U_{(5)} = \frac{1}{\lambda} \ln 20^{5\lambda}$	29.9570	14.9785	9.9857	7.4893	5.9914	4.9928	4.2796	3.7446	3.3286	2.9957	2.7234
Area = $\pi U_{(5)}^2$	2,817.90	704.49	313.09	176.12	112.72	78.28	61.58	44.02	34.79	28.17	23.30

$\frac{4.6052}{\lambda}$: (cut off point 1% density)

$\frac{2.9957}{\lambda}$: (cut off point 5% density)

*** the formula by which the Density at the Center, $D_{(0)}$, was computed : $D_{(0)} = \frac{P(\lambda)\lambda^2}{2\pi}$

בלוח 1 מובאות התוצאות של חישובים אלה כאשר ערכי הנפילה בצפיפויות נעים בין 0.2 ו-1.1. כך, למשל, כאשר אוכלוסית העיר היא 250,000 נפש ומקדם הנפילה בצפיפות הוא 0.5, נמצא שהצפיפות במרכז העיר תהיה: 9,952 נפש לק"מ.

רדיוס השטח של עיר

כדי לחשב את שטח ההתפרסות של עיר, עלינו למצוא את הרדיוס של שטח זה. חישובים מתמטיים (ראה ניספח) מראים כי רדיוס ההתפרסות של העיר u נמצא ביחס ישר לאחוז הצפיפות שנקבע, ומאידך — ביחס הפוך למקדם הנפילה בצפיפות. לעומת זאת אין הרדיוס מושפע מגודל האוכלוסייה. אי לכך, כאשר אחוז הצפיפות שנקבע מראש נשאר קבוע, רדיוס העיר משתנה אך ורק עם השינוי בנפילה בצפיפות. כלומר כאשר מקדם הנפילה בצפיפות נשאר קבוע וגודל העיר משתנה, נעה פונקציית הצפיפות במקביל כלפי מעלה ותחתך של אחוז הצפיפות בשוליים, כאחוז מהצפיפות במרכז, אף הוא נשאר קבוע (אם כי הוא גדל במונחים מוחלטים; ראה ציור 5 למעלה):

בלוח 1 מובאים חישובי הרדיוס של העיר ושטח התפרסותה בהתאם. מאחר וערכים אלה מושפעים אך ורק ממקדם הנפילה בצפיפות, ולא מגודל אוכלוסיית העיר, מוצגות בלוח 1 תוצאות החישובים בשתי שורות. השורה הראשונה קשורה להנחה שהתפרסות העיר מוגבלת למקומות בהם הצפיפות איננה עולה על 1% מהצפיפות במרכז העיר, והשורה השנייה קשורה להנחה שהתפרסות העיר מוגבלת למקומות בהם הצפיפות איננה עולה על 5% מהצפיפות במרכז העיר. השטחים שהעיר תופסת בכל אחד מהמקרים שנבחנו, מובאים בשורות מקבילות.

הקצאות קרקע לתחבורה ולדיור

אחת מהשאלות העיקריות הקשורה במדיניות איכלוס, היא כיצד צריכה להיקבע מדיניות הקצאת קרקע בכל טבעת לתחבורה מזה, ולדיור מזה. הקצאת הקרקע בין תחבורה ומגורים בטבעת שבמרחק u ק"מ ממרכז העיר תהיה:

$$\begin{aligned}T(u) + H(u) &= 2\pi u \\ 2\pi u - T(u) &= H(u)\end{aligned}$$

כאשר $T(u)$ היא כמות הקרקע המוקצאת לתחבורה בטבעת המרוחקת u ק"מ ממרכז העיר, ו- $H(u)$ היא כמות הקרקע המוקצאת למגורים. כמות הקרקע המוקצאת לתחבורה תהיה שונה בכל תקופה ותקופה בהתאם לכמות האוכלוסיה $P(t)$ מחד, ומדיניות האיכלוס (הצפיפויות) מאידך. ככל שאוכלוסיית העיר גדלה, תגדל אף הקצאת הקרקע המיועדת לפעילות התחבורתית. וככל שתשתנה מדיניות האיכלוס, כן תשתנה ההתפלגות של הקצאות הקרקע בכל טבעת וטבעת לתחבורה ולדיור. ומכאן שהקצאת קרקע לתחבורה בכל טבעת וטבעת קשורה ישירות בשיעור גידול האוכלוסיה בעיר לאורך זמן וכן במדיניות האיכלוס.

ציור 4 מתאר את הגידול שחל בשטח המוקצה לתחבורה בשלוש תקופות t_1, t_2, t_3 . ההנחות כאן הן שגידול האוכלוסיה הוא ליניארי וכי מדיניות האיכלוס נשארת קבועה לאורך שלוש התקופות*. הקריטריון בהקצאת הקרקע לתחבורה יכול להיות דרגת הצפיפות; כלומר הדרישה הפרוגרמטית, המחייבת כי בכל אחד מהקטעים בעורקי התחבורה לא תהיה מהירות הנסיעה נמוכה מ-25 קמ"ש. מאחר שהנסיעות בתוך כל טבעת אינן כרוכות בהוצאות של

* בעיר ההיפוטיטית המתוארת במאמר זה קיימת הנחה סמויה, שנסיעות בתוך הטבעת אינן דורשות מאמץ — כלומר אינן כרוכות בהוצאות של זמן וכסף.

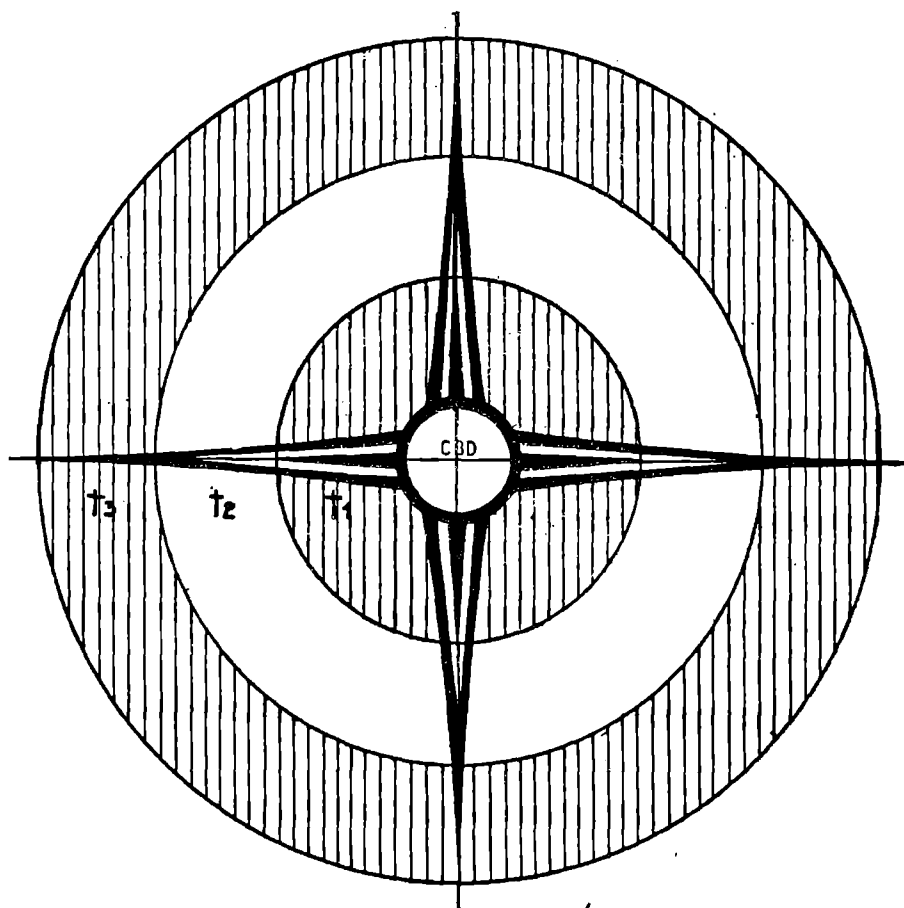


FIGURE 4: MONO-CENTER URBAN STRUCTURE

זמן וכסף, ניתן באופן תיאורטי לרכז את כל הדרכים בגזרה אחת שתהווה מעין "פלח" מהעיר המעגלית.

מבחינה תכנונית עלינו להתמודד עם הבעיה הקשה והחשובה: מהי המדיניות הרציונלית (מבחינת היעילות הכלכלית-חברתית) לגבי הקצאת קרקע לפעילות תחבורתית לאורך זמן. כלומר, עד איזו תקופה בעתיד כדאי לשריין זכויות לדרכים ומהו שטח הקרקע שידרש לפעילות תחבורתית בכל טבעת בתקופה שהוגדרה לעיל (תקופת סוף התכנון היעיל). התשובות לשאלות נעוצות בגורמים הבאים:

א. שיעור גידול האוכלוסיה בעיר, ב. מדיניות האיכלוס, ג. האילוצים הכרוכים בדרגת הצפיפות בדרכים, ד. אלטרנטיבת השימוש הבין-זמני בקרקע (המשוריינת לפיתוח עורקי התחבורה בעתיד).

נספח

בעזרת שני פרמטרים — שיעור גידול האוכלוסיה מזה, ומקדם הנפילה בצפיפות מזה, ניתן להגדיר את שטח ההתפרסות של עיר בכל תקופה נתונה כדלהלך:

$$P(t) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \bar{u}^2(t) \cdot D(u) \quad (3)$$

$$P(t) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \tan \alpha \cdot \bar{u}^3(t) \quad (4)$$

$$\bar{u}(t) = \sqrt[3]{\frac{P(t)}{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \tan \alpha}} \quad (5)$$

כאשר \bar{u} הוא רדיוס השתרעות העיר. מכאן אפשר, כמובן, לגזור את הצפיפות במרכז העיר $D(u)^t = \tan \alpha \cdot \bar{u}$. ** כיוון שמבנה העיר הינו מוגדר ע"י שיעור גידול האוכלוסיה

ת, המהווה פרמטר אקסוגני, וע"י מקדם הנפילה בצפיפות (המבטא את מדיניות האיכלוס), הרי שניתן לחזות את שטח העיר בכל נקודת זמן.

הנפילה בצפיפות הינה פונקציה אקספוננציאלית שלילית, כפי שמראה משוואה (2) שלעיל. משום כך ניתן לבטא את גודל האוכלוסיה בתקופה t , $P(t)$, ע"י האינטגרל הבא:

$$P(t) = \int_{u=-\infty}^{u=0} \pi \cdot u^2 \cdot dD(u) \quad (6)$$

על ידי גזירת משוואה (2) נקבל:

$$dD(u) = D(u) \cdot (-\lambda) \cdot e^{-\lambda u} \cdot du \quad (7)$$

ואם נציב את 7 ב-6, התוצאה תהיה:

$$P(t) = \pi \int_{u=-\infty}^{u=0} u^2 \cdot D(u) \cdot (-\lambda) \cdot e^{-\lambda u} \cdot du \quad (8)$$

* ההנחה היא שהנפילה בצפיפות היא ליניארית, באופן שניתן לבטא מבחינה מתימטית את האוכלוסיה כשווה לנפח קונוס. שיעור הנפילה בצפיפות, גמה, נתון לכל נקודת זמן t , ובכך יש כדי להגדיר את הזווית α .

** לשם הנחיות יוצאים אנו מההנחה כי המע"ר אינו תופס כל שטח. אחרת היתה הצפיפות הגבוהה ביותר מתקיימת לא במרכז המע"ר אלא בשוליו, כפי שמתואר במאמרו של ב. ניולינג (ראה הערה 9 ברשימת ההערות והמקורות).

עתה נוציא מהאינטגרל את הקבועים ונהפוך את גבולותיו, ואז יתקבל:

$$P(t) = \lambda \cdot \pi \cdot D(0) \cdot \int_{u=0}^{u=\infty} u^2 \cdot e^{-\lambda u} \cdot du \quad (9)$$

הפתרון הכללי של אינטגרל זה הוא:

$$\int_0^{\infty} u^n \cdot e^{-\lambda u} \cdot du = \frac{n!}{\lambda^{n+1}} \quad (10)$$

כאשר n הוא חוקה. במקרה שלנו $n=2$, ולכן:

$$P(t) = \lambda \cdot \pi \cdot D(0) \cdot \frac{2}{\lambda^3} \quad (11)$$

נצמצם ונקבל את הפתרון:

$$P(t) = \frac{2\pi \cdot D(0)}{\lambda^2} \quad (12)$$

ועל ידי סידור מחדש אפשר גם לקבל את הביטוי הבא לצפיפות במרכז:

$$D(0) = \frac{P_t \cdot \lambda^2}{2 \cdot \pi} \quad (13)$$

על מנת לחשב את רדיוס התפרסות העיר u , עלינו לחתוך את פונקציית הנפילה בצפיפות בנקודה שנקבעה מראש. נקבע למשל את נקודת החיתוך במקום בו הצפיפות מהווה אחוז מסויים מהצפיפות במרכז. לשם הדגמה מביאים אנו שני מקרים: האחד כאשר הצפיפות בשוליים מהווה 5% מהצפיפות במרכז, והשני כאשר הצפיפות בשוליים היא 1% מהצפיפות במרכז.

פונקציית הנפילה בצפיפות היא:

$$D(u) = D(0) \cdot e^{-\lambda u} \quad (14)$$

אם נפתח נוסחה זו ונבודד את u , נקבל:

$$\ln \cdot D(u) = \ln [D(0)] - \lambda u \quad (15)$$

ומכאן:

$$u = \frac{1}{\lambda} \ln \left[\frac{D(0)}{D(u)} \right] \quad (16)$$

ביחס לשני המקרים שלעיל, מקבלים אנו:

$$D_{(u)}^{(5)} = \frac{5}{100} \cdot D(0) \quad ; \quad D_{(u)}^{(1)} = \frac{1}{100} \cdot D(0) \quad (17)$$

$$\frac{D^{(0)}}{D(u)} = 20 \quad ; \quad \frac{D^{(0)}}{D^{(1)}(u)} = 100 \quad (18)$$

וע"י הצבה במשוואה 16 יתקבל:

$$u^{(5)} = \frac{1}{\lambda} \ln(20) ; \ln 20 = 2.9957 \quad (19)$$

$$u^{(4)} = \frac{1}{\lambda} \ln(100) ; \ln 100 = 4.6052 \quad (20)$$

$$u^{(5)} = \frac{2.9957}{\lambda} \quad (21)$$

$$u^{(4)} = \frac{4.6052}{\lambda} \quad (22)$$

מצאנו, איפוא, שרדיוס ההתפרסות של העיר u נמצא ביחס ישר לאחוז הצפיפות שנקבע וביחס הפוך למקדם הנפילה בצפיפות.

הערות ומקורות

- (1) Alonso, W. (1964) **Location and Land Use** Harvard University Press, Cambridge, Mass.
- (2) Beckman, M.J. (1964) **Location Theory** Random House.
- (3) Clark, C., (1951) "Urban Population Densities" **Journal of the Royal Statistical Society**, Vol. 114A, pp. 490—496.
- (4) Lave, B.L. (1969) **Transportation, City Size and Congestion Tolls**. The Rand Corporation Memorandum RM—5874—DOT (April).
- (5) Mills, S.E. (1967) "An Aggregative Model of Resource Allocation in a Metropolitan Area" **American Economic Review**, Vol. LVII, No. 2 (May) pp. 197—210.
- (6) Mills, S.E. (1970) "Urban Density Functions", **Urban Studies** Vol. 7, (February) pp. 5—20.
- (7) Mills, S.E., and D.M. De Ferranti (1971) "Market Choices and Optimum City Size" **American Economic Review**, Vol. LXI, No. 2, (May) pp. 340—345.
- (8) Neutze, M.G. (1965) **Economic Policy and the Size of Cities**, The Australian National University, Canberra.
- (9) Newling, B., (1969) "The Spatial Variation of Urban Population Densities" **Geographical Review**, Vol. 52, No. 2, (April) pp. 242—252.
- (10) Sheshinski, E., (1973) "Congestion and the Optimum City Size", **American Economic Review** (May) pp. 61—66.
- (11) Sibley, D., (1970) "Density Gradients and Urban Growth", **Urban Studies**, Vol. 7, No. 3, (October) pp. 294—297.